Niveau 6° - Sommaire

Notion **Page**

Nombres & Calculs – Gestion de données

Géométrie

Grandeurs et mesures

TABLES DE MULTIPLICATIONS

x	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

ÉCRITURE DÉCIMALE

Pour former des **nombres** on assemble des **chiffres**.
La valeur d'un chiffre dépend de sa position dans l'écriture du nombre.
Dans un **nombre décimal**, la virgule sépare la **partie entière** de la **partie décimale**.
Un **nombre entier** a une partie décimale nulle.

partie entière										**partie décimale**						
…	centaines de millions	dizaines de millions	unités de millions	centaines de mille	dizaines de mille	**unités de mille**	**centaines**	**dizaines**	**unités**	**dixièmes**	**centièmes**	**millièmes**	dix millièmes	cent millièmes	millionièmes	…
									,							
									,							
									,							
									,							
									,							
									,							

MULTIPLIER PAR 10 ; 100 ; 1000...

Multiplier par 10 ; 100 ; 1000... décale chaque chiffre vers le rang supérieur de 1 cran ; 2 crans ; 3 crans…

EXEMPLES : $1{,}234 \times 100 = 123{,}4$
$9{,}87 \times 1000 = 9870$

DIVISER PAR 10 ; 100 ; 1000...

Diviser par 10 ; 100 ; 1000... décale chaque chiffre vers le rang inférieur de 1 cran ; 2 crans ; 3 crans…

EXEMPLES : $123{,}4 \div 100 = 1{,}234$
$98{,}7 \div 1000 = 0{,}0987$

MULTIPLIER PAR 0,1 ; 0,01 ; 0,001...

$$0{,}1 = \frac{1}{10} \qquad 0{,}01 = \frac{1}{100} \qquad 0{,}001 = \frac{1}{1000}$$

Multiplier par 0,1 c'est prendre le dixième donc **diviser par 10**.
Multiplier par 0,01 c'est prendre le centième donc **diviser par 100**.
Multiplier par 0,001 c'est prendre le millième donc **diviser par 1000**.

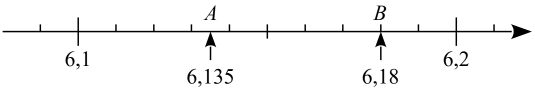
EXEMPLE : $265{,}9 \times 0{,}01 = 265{,}9 \div 100 = 2{,}659$

COMPARER DES NOMBRES

Symboles de comparaison :

« **<** » signifie « **est inférieur à** »
« **>** » signifie « **est supérieur à** »

Les nombres sont rangés comme les points correspondants d'une droite graduée :



REMARQUE : On dit que 6,135 est **l'abscisse** du point *A* (et *B* a pour **abscisse** 6,18).

Pour **comparer** des nombres on peut :
→ soit regarder les chiffres un par un (6,1**3**5<6,1**8**)
→ soit rajouter des zéros inutiles (6,135<6,18**0**)

RANGER DES NOMBRES

Ranger par ordre croissant signifie ranger « **du plus petit au plus grand** ».

EXEMPLE : 6,1 < 6,135 < 6,18 < 6,2

Ranger par ordre décroissant signifie ranger « **du plus grand au plus petit** ».

EXEMPLE : 6,2 > 6,18 > 6,135 > 6,1

ENCADRER UN NOMBRE

On peut **encadrer** un nombre entre deux autres.

EXEMPLES :

→ **encadrement à l'unité** de 6,135 : 6 < 6,135 < 7
→ **encadrement au dixième** de 6,135 : 6,1 < 6,135 < 6,2
→ **encadrement au centième** de 6,135 : 6,13 < 6,135 < 6,14

→ **encadrement à la dizaine** de 3784 : 3780 < 3784 < 3790
→ **encadrement à la centaine** de 3784 : 3700 < 3784 < 3800
→ **encadrement au millier** de 3784 : 3000 < 3784 < 4000

INTERCALER UN NOMBRE

On peut **intercaler** une infinité de nombres entre deux autres.

EXEMPLE : l'encadrement 2 < ... < 3 peut être complété par 2,5 ; 2,14 ; 2,777 ; etc.

ARRONDIR UN NOMBRE

Pour **arrondir** un nombre, on donne la valeur de l'encadrement la plus proche.
Pour cela, on regarde le chiffre suivant :
→ si c'est 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 on prend la **valeur approchée inférieure**
→ si c'est 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 on prend la **valeur approchée supérieure**

EXEMPLES :

→ **arrondi à l'unité**	de 81,7263 :	8<u>2</u>	car il y a ensuite 7 dixièmes
→ **arrondi au dixième**	de 81,7263 :	81,<u>7</u>	car il y a ensuite 2 centièmes
→ **arrondi au centième**	de 81,7263 :	81,7<u>3</u>	car il y a ensuite 6 millièmes
→ **arrondi au millième**	de 81,7263 :	81,72<u>6</u>	car il y a ensuite 3 dix-millièmes

ORDRE DE GRANDEUR

Un **ordre de grandeur** d'un grand nombre est une valeur approchée simple à retenir ou à utiliser ; en général on utilise <u>les deux premiers chiffres significatifs</u>.

EXEMPLE :
Une unité astronomique est égale à 149 597 870 km.
Son **ordre de grandeur** est 150 millions de kilomètres.

On peut <u>estimer</u> le résultat d'un calcul en utilisant des **ordres de grandeur**.
Le symbole « ≈ » signifie « **est environ égal à** ».

EXEMPLE :
$197 \times 3{,}52 \approx 200 \times 3{,}5 \approx 700$

VOCABULAIRE DES OPÉRATIONS

L'addition permet de calculer **la somme** de deux termes.
La soustraction permet de calculer **la différence** de deux termes.
La multiplication permet de calculer **le produit** de deux **facteurs**.
La division permet de calculer **le quotient** de deux nombres.

Multiplier par 2 c'est prendre **le double**.
Multiplier par 3 c'est prendre **le triple**.
Multiplier par 4 c'est prendre **le quadruple**.

Diviser par 2 c'est prendre **la moitié**.
Diviser par 3 c'est prendre **le tiers**.
Diviser par 4 c'est prendre **le quart**.

Prendre **le carré** d'un nombre c'est le multiplier par lui-même.
EXEMPLE : $7^2 = 7\times7 = 49$

Prendre **le cube** d'un nombre c'est le multiplier par lui-même, et encore par lui-même.
EXEMPLE : $5^3 = 5\times5\times5 = 125$

MULTIPLES ET DIVISEURS

● **Les multiples** d'un nombre entier sont les produits de cet entier par 0 ; 1 ; 2 ; 3...

EXEMPLE : les **multiples** de 7.

$7\times0 = 0$
$7\times1 = 7$
$7\times2 = 14$
$7\times3 = 21$ etc.

Ainsi les **multiples** de 7 sont 0 ; 7 ; 14 ; 21…
(c'est "la table" de multiplication par 7).
Il y en a une infinité.

● **Les diviseurs** d'un nombre entier sont les nombres entiers par lesquels on peut le diviser en obtenant un quotient entier.

EXEMPLE : les **diviseurs** de 18.

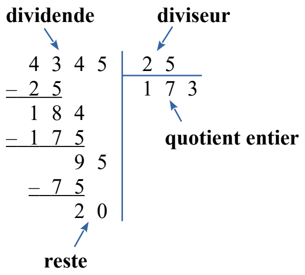
$18 = 1\times18$
$18 = 2\times9$
$18 = 3\times6$

Donc les **diviseurs** de 18 sont 1 ; 2 ; 3 ; 6 ; 9 ; 18.
Il n'y en a pas d'autres.

● VOCABULAIRE :
Comme $4\times11 = 44$ on peut dire que :
→ 44 est un **multiple** de 4 et de 11
→ 4 et 11 sont des **diviseurs** de 44
→ 44 est **divisible** par 4 et par 11

DIVISION EUCLIDIENNE

Une **division euclidienne** permet de calculer **le quotient entier** et **le reste**.
Le reste est toujours inférieur au diviseur.



L'égalité associée à cette division euclidienne est : **4345 = 25 × 173 + 20**.
<u>Attention !</u> On ne peut pas l'écrire 4345 ÷ 25 = ... à cause du reste.

CRITÈRES DE DIVISIBILITÉ

Un **critère de divisibilité** permet de savoir si un nombre est divisible.

- → **<u>par 10</u> : le chiffre des unités est 0.**
- → **<u>par 5</u> : le chiffre des unités est 0 ou 5.**
- → **<u>par 2</u> : le nombre est <u>pair</u>.**
- → **<u>par 3</u> : la somme des chiffres est un multiple de 3.**
- → **<u>par 9</u> : la somme des chiffres est un multiple de 9.**
- → **<u>par 4</u> : dizaines et unités forment un multiple de 4.**

Exemple :
Le nombre 14235 est-il divisible...

par 10 ?	non	car son chiffre des unités n'est pas 0
par 5 ?	oui	car son chiffre des unités est 0 ou 5
par 2 ?	non	car il est <u>impair</u>
par 3 ?	oui	car 1+4+2+3+5 = 15 et 15 = 3×5
par 9 ?	non	car 1+4+2+3+5 = 15 et 15 n'est pas multiple de 9
par 4 ?	non	car 35 n'est pas multiple de 4

MULTIPLIER DES NOMBRES DÉCIMAUX

Pour multiplier : → on commence sans tenir compte des virgules
→ puis on place la virgule dans le résultat

Multiplication posée :

$$
\begin{array}{r}
268 \\
\times \quad 74 \\
\hline
1072 \\
+\ 1876\bullet \\
\hline
19832
\end{array}
\qquad
\begin{array}{c}
\xleftarrow{\times 100} \\
\xleftarrow{\times 10} \\
\\
\\
\xrightarrow{\div 1000}
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
2{,}68 \\
\times \quad 7{,}4 \\
\hline
1072 \\
+\ 1876\bullet \\
\hline
19{,}832
\end{array}
$$

Multiplication en ligne : $2{,}\underbrace{68} \times 7{,}\underbrace{4} = 19{,}\underbrace{832}$

2 chiffres + 1 chiffre → 3 chiffres

Multiplication en fractions décimales : $\dfrac{268}{100} \times \dfrac{74}{10} = \dfrac{19832}{1000}$

REMARQUE :
Multiplier "n'agrandit pas" toujours : cela dépend si on multiplie par un nombre inférieur ou supérieur à 1.

DIVISER PAR UN NOMBRE ENTIER

EXEMPLE : la division se termine.

$$
\begin{array}{r|l}
39{,}000 & 8 \\
\cline{2-2}
-\ 32 & 4{,}875 \\
70 & \\
-\ 64 & \\
60 & \\
-\ 56 & \\
40 & \\
-\ 40 & \\
0 &
\end{array}
$$

L'écriture décimale est exacte :
$39 \div 8 = 4{,}875$

EXEMPLE : la division est sans fin.

$$
\begin{array}{r|l}
7{,}000 & 12 \\
\cline{2-2}
-\ 0 & 0{,}583\ \ldots \\
70 & \\
-\ 60 & \\
100 & \\
-\ 96 & \\
40 & \\
-\ 36 & \\
4 & \\
\ldots\ \ldots &
\end{array}
$$

L'écriture décimale est approchée :
$7 \div 12 \approx 0{,}58\underline{3}3\ldots$

PROPORTIONNALITÉ : RECONNAÎTRE UNE SITUATION

Pour savoir si deux suites de nombres sont **proportionnelles** on peut observer :
→ si elles évoluent dans les mêmes **proportions** (*on a autant de fois plus ou moins*)
→ si on passe de l'une à l'autre **en multipliant** par un même **coefficient** (non nul)

EXEMPLE :

2kg de pommes coûtent 3€ et
8kg de pommes coûtent 12€.

→ c'est proportionnel car 4 fois plus de pommes coûtent 4 fois plus cher
→ c'est proportionnel de coefficient 1,5 car 2×1,5=3 et 8×1,5=12

On peut s'aider d'un tableau :

Masse (kg)	2	8
Prix (€)	3	12

REMARQUE :
Le coefficient 1,5 représente le prix d'1kg de pommes.

PROPORTIONNALITÉ : TROUVER DES VALEURS

Dans une situation de **proportionnalité** pour trouver une valeur manquante on peut :
→ **raisonner avec des proportions** (*« on en a tant de fois plus ou moins donc ... »*)
→ chercher puis **utiliser le coefficient** de la proportionnalité

EXEMPLE :
Une recette pour 3 personnes indique 45cL de lait.

● Avec des proportions :
→ pour 15 personnes on en prend 5 fois plus : 45×5=225cL de lait
→ pour 18 personnes on ajoute pour 15 et pour 3 : 225+45=270cL de lait

● Avec le coefficient :
→ pour 7 personnes on cherche pour 1 personne : 45÷3=15 et 15×7=105cL de lait
(le coefficient est 15 ; c'est la quantité de lait pour 1 personne)

On peut s'aider d'un tableau :

Nb personnes	3	15	18	1	7
Volume lait (cL)	45	225	270	15	105

FRACTIONS ÉGALES

> On obtient une fraction égale en multipliant (ou en divisant) le numérateur et le dénominateur par un même nombre.

EXEMPLES :

$$\frac{2}{3} \underset{\times 4}{\overset{\times 4}{=}} \frac{8}{12} \qquad\qquad \frac{45}{35} \underset{\div 5}{\overset{\div 5}{=}} \frac{9}{7}$$ (fraction simplifiée)

NOTION DE QUOTIENT

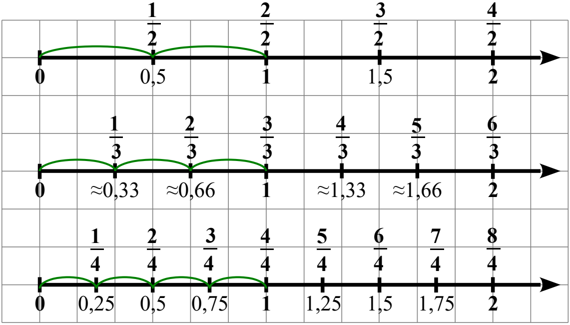
Pour trouver un nombre manquant d'une multiplication, il faut diviser.
Ainsi, le nombre qui complète l'égalité ***a* × ... = *b*** est **le quotient** de ***b*** par ***a***.

On le note <u>en écriture fractionnaire</u> $\dfrac{b}{a}$ $\begin{array}{l} \longrightarrow \textbf{numérateur} \\ \longrightarrow \textbf{dénominateur} \end{array}$

EXEMPLE : le nombre qui complète $3 \times ... = 7$ est $\dfrac{7}{3}$; on a donc $3 \times \dfrac{7}{3} = 7$.

VALEURS D'UN QUOTIENT & DROITE GRADUÉE

L'unité est partagée en nombre de parts indiquées par le dénominateur.



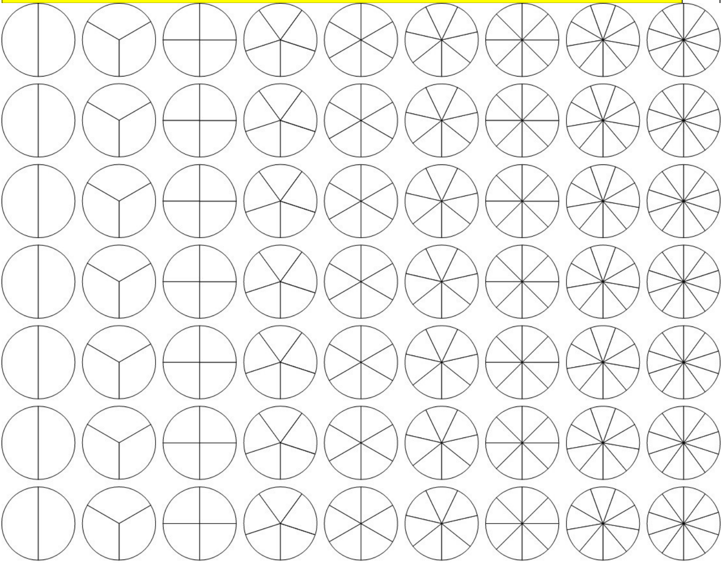
EXEMPLES D'ÉCRITURES :

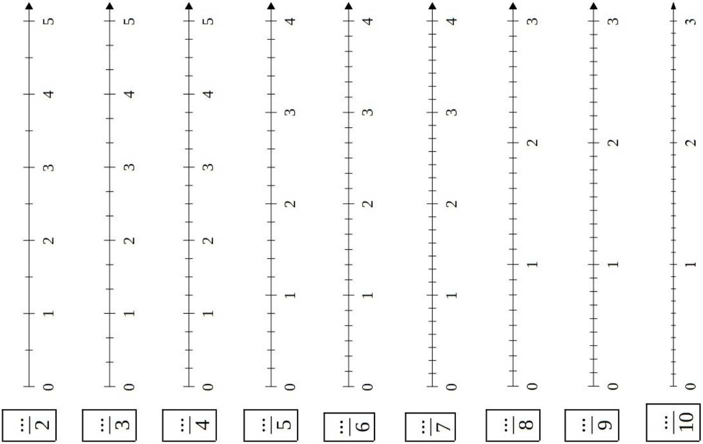
$$\frac{5}{3} = 1 + \frac{2}{3}$$

$$\frac{7}{4} = 2 - \frac{1}{4}$$

L'écriture décimale est le résultat de la division du numérateur par le dénominateur.

FRACTIONS : REPÉRAGE ET PARTAGE





NOTION DE POURCENTAGE

Un pourcentage est l'expression d'une proportion **par rapport à 100**.
On utilise le symbole « **%** » qui se lit « **pour cent** ».

Pourcentages simples à connaître :

$50\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$

$25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$

$75\% = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$

$10\% = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$

$20\% = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$

MULTIPLIER PAR UNE FRACTION

● Pour calculer $\frac{2}{5}\times 15$ on peut :

→ **1** diviser 15 par 5 puis multiplier par 2 : $\frac{2}{5}\times 15 = \frac{15}{5}\times 2 = 3\times 2 = 6$

(c'est deux fois le cinquième de 15)

→ **2** multiplier 15 par 2 puis diviser par 5 : $\frac{2}{5}\times 15 = \frac{15\times 2}{5} = \frac{30}{5} = 6$

(c'est 15 fois deux cinquièmes)

→ **3** calculer le quotient de 2 par 5 puis multiplier par 15 : $\frac{2}{5}\times 15 = 0{,}4\times 15 = 6$

PRENDRE UNE PROPORTION

Pour **prendre une proportion** d'une quantité, on la **multiplie par la fraction associée**.

EXEMPLE : prendre les deux tiers de 24 s'écrit $\frac{2}{3}\times 24$

PRENDRE UN POURCENTAGE

Pour **prendre un pourcentage** d'une quantité, on la **multiplie par la fraction associée**.

EXEMPLE : prendre 30% de 120 = $\frac{30}{100}\times 120$

ÉLABORER DES STRATÉGIES DE CALCUL

● Dans une addition (ou une multiplication) on peut **changer l'ordre et regrouper les termes** (ou les facteurs).

EXEMPLES :

$$6{,}7 + 4{,}5 + 3{,}3 + 2{,}5 = (6{,}7 + 3{,}3) + (4{,}5 + 2{,}5) = 10 + 7 = 17$$

$$5 \times 8{,}91 \times 2 = (5 \times 2) \times 8{,}91 = 10 \times 8{,}91 = 89{,}1$$

● Dans une addition, soustraction, ou multiplication, on peut **séparer en plusieurs opérations plus simples** en utilisant un nombre "rond" proche.

EXEMPLES :

$382 + 39$

39 est proche de 40…

$$= 382 + 40 - 1 = 422 - 1 = 421$$

$17{,}6 - 4{,}9$

4,9 est proche de 5…

$$= 17{,}6 - 5 + 0{,}1 = 12{,}6 + 0{,}1 = 12{,}7$$

35×18

18 est proche de 20…

$$= 35 \times 20 - 35 \times 2 = 700 - 70 = 630$$

● Pour **multiplier par 5** on peut multiplier par 10 et diviser par 2.

EXEMPLE : $6{,}8 \times 5 = 6{,}8 \times 10 \div 2 = 68 \div 2 = 34$

● Pour **diviser par 5** on peut diviser par 10 et multiplier par 2.

EXEMPLE : $13 \div 5 = 13 \div 10 \times 2 = 1{,}3 \times 2 = 2{,}6$

ou encore :

$$13 \div 5 = \frac{13}{5} = \frac{26}{10} = 2{,}6$$

● Pour **multiplier par 25** on peut multiplier par 100 et diviser par 4.

EXEMPLE : $3{,}6 \times 25 = 3{,}6 \times 100 \div 4 = 360 \div 4 = 90$

● Pour **multiplier par 0,5** on peut diviser par 2.

EXEMPLE : $43 \times 0{,}5 = 43 \times \frac{1}{2} = 43 \div 2 = 21{,}5$

● Pour **multiplier par 1,5** on peut rajouter la moitié.

EXEMPLE : $14 \times 1{,}5 = 14 \times 1 + 14 \times 0{,}5 = 14 + 7 = 21$

● Pour **multiplier par 4** on peut multiplier par 2 et encore multiplier par 2.

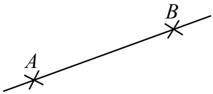
EXEMPLE : $32{,}5 \times 4 = 32{,}5 \times 2 \times 2 = 65 \times 2 = 130$

● Pour **diviser par 4** on peut diviser par 2 et encore diviser par 2.

EXEMPLE : $62 \div 4 = 62 \div 2 \div 2 = 31 \div 2 = 15{,}5$

DROITE

On note **(***AB***) la droite** qui passe par les points *A* et *B*.
Une droite est illimitée et n'a pas de longueur.

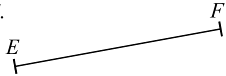


DEMI-DROITE

On note **[***CD***) la demi-droite** d'**origine** *C* et passant par *D*.
Une demi-droite est illimitée dans un sens et n'a pas de longueur.

SEGMENT

On note **[***EF***] le segment** d'**extrémités** les points *E* et *F*.

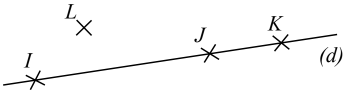


LONGUEUR

On note *EF* **la longueur** du segment *[EF]*.
EF est aussi **la distance** entre les points *E* et *F*.

POSITION D'UN POINT – APPARTENANCE

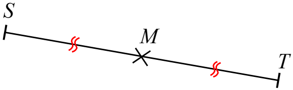
On dit que des points sont **alignés** s'ils **appartiennent** à une même droite.



« $K \in (d)$ » signifie « le point *K* **appartient** à la droite *(d)* ».
« $L \notin (d)$ » signifie « le point *L* **n'appartient pas** à la droite *(d)* ».

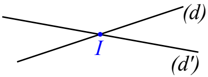
MILIEU

Le milieu du segment *[ST]* est le point *M* tel que $M \in [ST]$ et $MS = MT$.

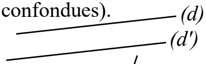


POSITION DE DEUX DROITES

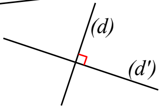
Deux droites **sécantes** se coupent en un point.
I est **le point d'intersection** de *(d)* et *(d')*.



Deux droites **parallèles** n'ont aucun point commun (ou sont confondues).
On note *(d) // (d')*.



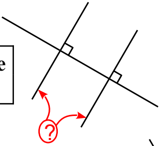
Deux droites **perpendiculaires** forment quatre angles égaux.
On note *(d)* ⊥ *(d')*.



PARALLÈLES ET PERPENDICULAIRES : PROPRIÉTÉS

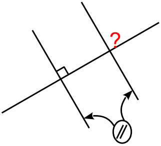
PROPRIÉTÉ N°1 :

Deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles entre elles.



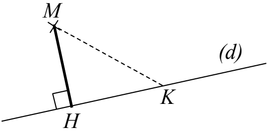
PROPRIÉTÉ N°2 :

Deux droites étant parallèles, toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.



DISTANCE D'UN POINT À UNE DROITE

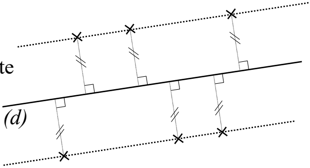
DÉFINITION :
La **distance d'un point à une droite** s'obtient en se dirigeant perpendiculairement vers cette droite.



EXEMPLE :
Ci-contre, *MH* est la distance de *M* à *(d)*.

PROPRIÉTÉ :
C'est la plus courte distance de ce point vers tout autre point de la droite.
Ci-dessus on a donc $MK > MH$.

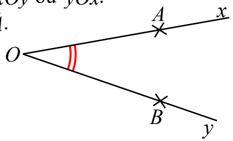
LIEU GÉOMÉTRIQUE :
Les points situés à la même distance d'une droite sont ceux de deux droites parallèles à celle-ci.



ANGLES

NOTION

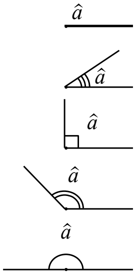
Deux demi-droites *[Ox)* et *[Oy)* forment **un angle** noté $\widehat{xOy}$ ou $\widehat{yOx}$.
Si $A \in [Ox)$ et $B \in [Oy)$ l'angle se note aussi $\widehat{AOB}$ ou $\widehat{BOA}$.



Le point *O* est **le sommet** de l'angle.
Les demi-droites *[Ox)* et *[Oy)* sont **les côtés** de l'angle.

L'unité de mesure est **le degré**, de symbole « ° ».

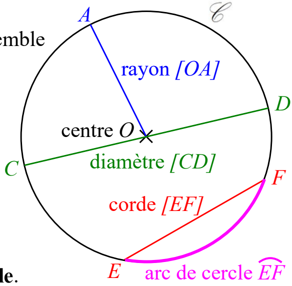
NATURE D'UN ANGLE



angle **nul**	$\hat{a} = 0°$
angle **aigu**	$0° < \hat{a} < 90°$
angle **droit**	$\hat{a} = 90°$
angle **obtus**	$90° < \hat{a} < 180°$
angle **plat**	$\hat{a} = 180°$

LE CERCLE

Le **cercle** $\mathscr{C}$ de **centre** *O* et de **rayon** R. est l'ensemble des points du plan situés à la distance R de *O*.



Le segment *[OA]* est <u>**un**</u> **rayon** du cercle $\mathscr{C}$.
La longueur *OA* est <u>**le**</u> **rayon** du cercle $\mathscr{C}$.

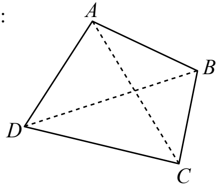
Le segment *[CD]* est <u>**un**</u> **diamètre** du cercle $\mathscr{C}$.
La longueur *CD* est <u>**le**</u> **diamètre** du cercle $\mathscr{C}$.

Le segment *[EF]* est **une corde** du cercle $\mathscr{C}$.
Une corde partage un cercle en deux **arcs de cercle**.

POLYGONES

Des segments **consécutifs** forment **une ligne polygonale** (ou "ligne brisée").
Une ligne polygonale fermée s'appelle **un polygone**.

EXEMPLE :



ABCD est **un polygone**.
Il a 4 **sommets** : *A*, *B*, *C* et *D*.
Il a 4 **côtés** : *[AB]*, *[BC]*, *[CD]* et *[DA]*.
Il a 2 **diagonales** : *[AC]* et *[BD]*.

ATTENTION ! On doit suivre les côtés pour nommer les sommets ('en tournant').

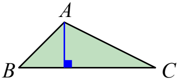
Classement des premiers polygones :

Nb sommets	Nb côtés	Nb diagonales	Nom du polygone
3	3		**triangle**
4	4		**quadrilatère**
5	5		**pentagone**
6	6		**hexagone**
7	7		heptagone
8	8		**octogone**
9	9		ennéagone
10	10		**décagone**
11	11		hendécagone
12	12		dodécagone

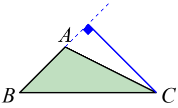
HAUTEURS D'UN TRIANGLE

DÉFINITION :
Les hauteurs d'un triangle s'obtiennent en partant d'un sommet et en se dirigeant perpendiculairement au côté opposé.

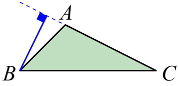
EXEMPLE :



hauteur "issue du sommet *A*"
ou "relative au côté *[BC]*"



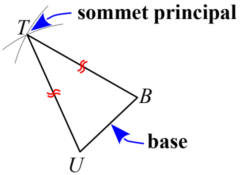
hauteur "issue du sommet *C*"
ou "relative au côté *[AB]*"



hauteur "issue du sommet *B*"
ou "relative au côté *[AC]*"

TRIANGLE ISOCÈLE / ÉQUILATÉRAL / RECTANGLE

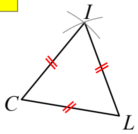
TRIANGLE ISOCÈLE : DÉFINITION



> Un **triangle isocèle** est un triangle qui a deux côtés de la même longueur.

EXEMPLE : *BUT* est un triangle isocèle <u>en *T*</u>.

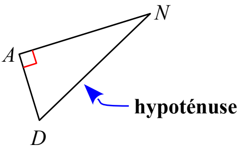
TRIANGLE ÉQUILATÉRAL : DÉFINITION



> Un **triangle équilatéral** est un triangle qui a ses trois côtés de la même longueur.

EXEMPLE : *CIL* est un triangle équilatéral.

TRIANGLE RECTANGLE : DÉFINITION



> Un **triangle rectangle** est un triangle qui a un angle droit.

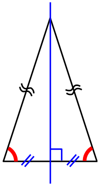
EXEMPLE : *ADN* est un triangle rectangle <u>en *A*</u>.

TRIANGLE QUELCONQUE

Un **triangle quelconque** est un triangle qui n'a aucune particularité.

TRIANGLE ISOCÈLE : PROPRIÉTÉS

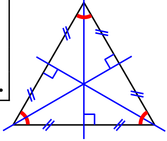
Un triangle isocèle a un axe de symétrie (la médiatrice de sa base).



> PROPRIÉTÉ DIRECTE :
> **Un triangle isocèle a ses angles à la base de même mesure.**
> PROPRIÉTÉ RÉCIPROQUE :
> **Un triangle avec deux angles de même mesure est isocèle.**

TRIANGLE ÉQUILATÉRAL : PROPRIÉTÉS

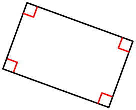
Un triangle équilatéral a trois axes de symétrie (les médiatrices de ses côtés).



> PROPRIÉTÉ DIRECTE :
> **Un triangle équilatéral a ses trois angles de même mesure.**
> PROPRIÉTÉ RÉCIPROQUE :
> **Un triangle avec trois angles de même mesure est équilatéral.**

QUADRILATÈRES : RECTANGLE / LOSANGE / CARRÉ

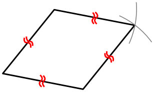
RECTANGLE : DÉFINITION



Un **rectangle** est un quadrilatère qui a ses quatre angles droits (trois suffisent).

Remarque : Un rectangle a ses côtés opposés parallèles et de même longueur.

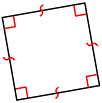
LOSANGE : DÉFINITION



Un **losange** est un quadrilatère qui a ses quatre côtés de la même longueur.

Remarque : Un losange a ses côtés opposés parallèles.

CARRÉ : DÉFINITION



Un **carré** est à la fois un losange et un rectangle.

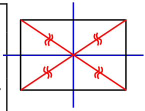
QUADRILATÈRE QUELCONQUE

Un **quadrilatère quelconque** est un quadrilatère qui n'a aucune particularité.

voir aussi page **29**

RECTANGLE : PROPRIÉTÉS

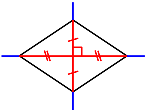
Un rectangle a 2 axes de symétrie (les médiatrices de ses côtés).



Propriété directe :
Un rectangle a ses diagonales de même milieu et de même longueur.
Propriété réciproque :
Un quadrilatère avec ses diagonales de même milieu et de même longueur est un rectangle.

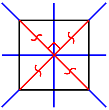
LOSANGE : PROPRIÉTÉS

Un losange a 2 axes de symétrie (ses diagonales).



Propriété directe :
Un losange a ses diagonales de même milieu et perpendiculaires.
Propriété réciproque :
Un quadrilatère avec ses diagonales de même milieu et perpendiculaires est un losange.

CARRÉ : PROPRIÉTÉS

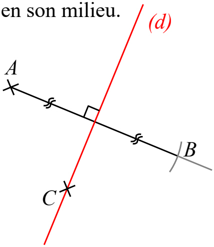


Un carré a 4 axes de symétrie.
Un carré a toutes les propriétés du rectangle et du losange.
Donc ses diagonales ont le même milieu, sont perpendiculaires et de même longueur.

SYMÉTRIE AXIALE

DÉFINITION

Deux points A et B sont **symétriques par rapport à une droite *(d)*** si la droite *(d)* coupe le segment $[AB]$ perpendiculairement en son milieu.

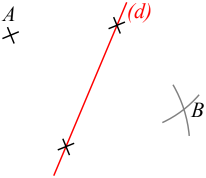


CONSÉQUENCE :
On peut construire l'image d'un point avec l'équerre et le compas.

REMARQUES :
→ Si B est l'image de A alors A est aussi l'image de B.
→ Les points de *(d)* sont confondus avec leur image :
$C \in (d)$ donc son image est C.

PROPRIÉTÉS DE CONSERVATION

Dans une symétrie axiale, l'image...
→ d'une droite est une droite ;
→ d'un segment est un segment **de même longueur** ;
→ d'un cercle est un cercle **de même rayon** ;
→ d'un angle est un angle **de même mesure**.



Une symétrie axiale conserve ainsi les alignements, les distances, les angles...

CONSÉQUENCE :
On peut construire l'image d'un point uniquement avec le compas.

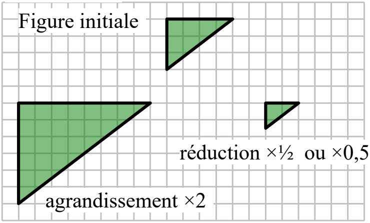
AGRANDIR / RÉDUIRE UNE FIGURE

Pour **agrandir ou réduire une figure** il faut que les **longueurs** obtenues soient **proportionnelles** aux longueurs données.

En revanche, **les angles sont inchangés**.

Le **coefficient multiplicateur** s'appelle **l'échelle** de la reproduction.
Avec un coefficient supérieur à 1 on obtient **un agrandissement**.
Avec un coefficient inférieur à 1 on obtient **une réduction**.

EXEMPLES :



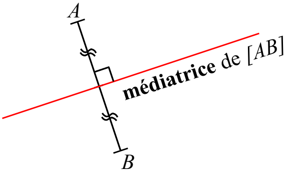
MÉDIATRICE D'UN SEGMENT

DÉFINITION

La médiatrice d'un segment est la droite qui le coupe en son milieu perpendiculairement.

Remarque :
C'est un axe de symétrie du segment.

CONSTRUCTION AVEC L'ÉQUERRE

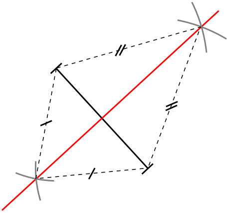


PROPRIÉTÉS

Propriété directe :
Un point appartenant à la médiatrice d'un segment est équidistant des extrémités de ce segment.

Propriété réciproque :
Un point équidistant des extrémités d'un segment appartient à la médiatrice de ce segment.

CONSTRUCTION AU COMPAS



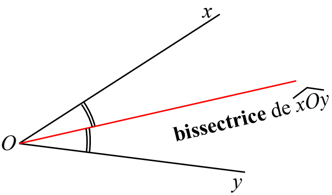
BISSECTRICE D'UN ANGLE

DÉFINITION

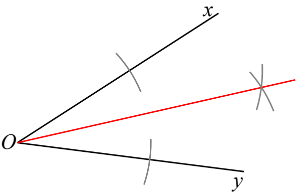
La bissectrice d'un angle est la (demi-)droite qui le partage en deux angles de même mesure.

Remarque : C'est l'axe de symétrie de cet angle.

CONSTRUCTION AU RAPPORTEUR



CONSTRUCTION AU COMPAS



NOTION, VOCABULAIRE

Un **pavé droit** (ou **parallélépipède rectangle**) est un solide de l'espace formé par **6 faces rectangulaires** ; il comporte **8 sommets** et **12 arêtes**.

Exemples : boîte à chaussures ; brique de lait ; boîte d'allumettes ; morceau de sucre...

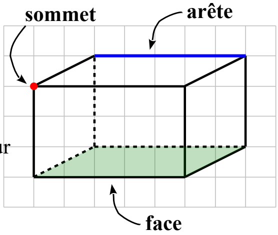
Remarques :
→ les arêtes parallèles ont la même longueur
→ les arêtes issues d'un même sommet sont perpendiculaires

Cas particulier :
Si les arêtes ont la même longueur alors **les faces sont carrées** et on obtient **un cube**.

PERSPECTIVE CAVALIÈRE

Un dessin en **perspective cavalière** donne l'illusion de voir un objet de l'espace.

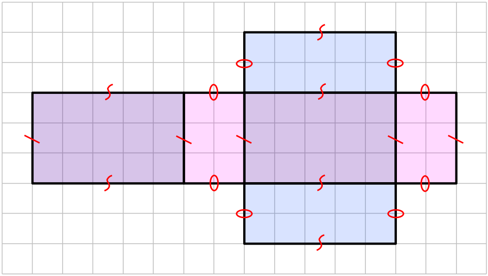
Conventions :
- les arêtes cachées sont dessinées en pointillés
- les faces frontales sont dessinées en vraie grandeur
- le parallélisme des arêtes fuyantes est conservé (mais pas leurs longueurs ni leurs angles)



PATRON

Un pavé droit est **développable** : on peut le 'découper' pour le 'mettre à plat'.
On obtient alors **un patron** (forme que l'on plie pour fabriquer le solide).

Exemple :

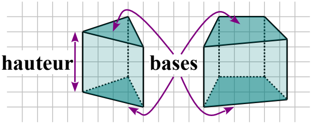


AUTRES SOLIDES DE L'ESPACE

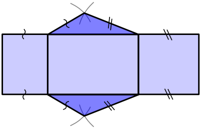
PRISME DROIT

Un **prisme droit** est formé par **deux bases polygonales identiques** à *n* côtés et *n* **faces latérales rectangulaires** ; la distance entre les bases est la **hauteur** du prisme.

perspective cavalière :



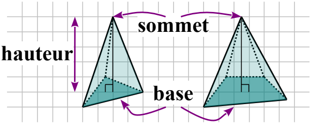
exemple de patron :



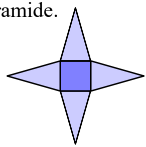
PYRAMIDE

Une **pyramide** est formée par **une base polygonale** à *n* côtés et *n* **faces latérales triangulaires** qui se rejoignent au **sommet** de la pyramide.

perspective cavalière :



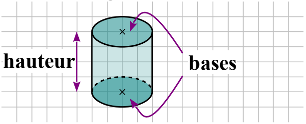
exemple de patron :



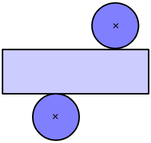
CYLINDRE DE RÉVOLUTION

Un **cylindre de révolution** est formé par **deux disques identiques** pour **les bases** et une **face latérale rectangulaire** courbée ; la distance entre les bases est sa **hauteur**.

perspective cavalière :



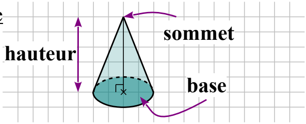
exemple de patron :



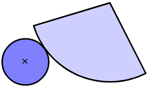
CÔNE DE RÉVOLUTION

Un **cône de révolution** est formé par **un disque** à **la base** et **une portion de disque courbée** pour **face latérale** ; sa **hauteur** va de son **sommet** au centre de la base.

perspective cavalière :



exemple de patron :



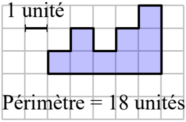
SPHÈRE ET BOULE

Une sphère de **centre** *O* et de **rayon** R est l'ensemble des points de l'espace situés à la distance R du point *O*. Une sphère est une surface (c'est "creux").
Son intérieur est **une boule**. Une boule est un solide (c'est "plein").
Une sphère n'est pas développable : on ne peut pas en construire un patron.

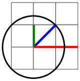
PÉRIMÈTRES – LONGUEUR DU CERCLE

NOTION

Le périmètre d'une figure plane est **la longueur de son contour**.

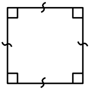


ATTENTION ! Une diagonale de carreau mesure environ 1,4 fois la longueur d'un côté du carreau.



PÉRIMÈTRE DU CARRÉ (OU DU LOSANGE)

$P_{carré} = a + a + a + a = 4 \times a$



PÉRIMÈTRE DU RECTANGLE

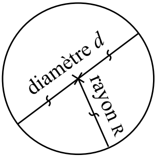
$P_{rect.} = L + \ell + L + \ell = 2 \times (L + \ell)$
$P_{rect.} = L + L + \ell + \ell = (2 \times L) + (2 \times \ell)$

LONGUEUR DU CERCLE

La longueur d'un cercle est proportionnelle à son diamètre, de coefficient « π ».

longueur du cercle = π × diamètre du cercle
$\ell = \pi \times d$

longueur du cercle = 2 × π × rayon du cercle
$\ell = 2 \times \pi \times R$



circonférence ℓ

UTILISATION :

$\text{rayon} \underset{\div 2}{\overset{\times 2}{\rightleftarrows}} \text{diamètre} \underset{\div \pi}{\overset{\times \pi}{\rightleftarrows}} \text{longueur}$

Avec **π ≈ 3,1416**.

MNÉMOTECHNIE :

« Le cercle est fier d'un périmètre à 2 π R. »

« Que j'aime à faire connaître ce nombre utile aux sages... »

3 , 1 4 1 5 9 2 6 5 3 5 ...

UNITÉS DE LONGUEUR, MASSE, CAPACITÉ

● Les principales unités de mesure sont :
le mètre (**m**) pour les longueurs ;
le gramme (**g**) pour les masses ;
le litre (**L**) pour les capacités.

● Les multiples sont donnés par les préfixes :
déca (**da**) → dix unités ;
hecto (**h**) → cent unités ;
kilo (**k**) → mille unités.

● Les sous-multiples sont donnés par les préfixes :
déci (**d**) → dixième d'unité ;
centi (**c**) → centième d'unité ;
milli (**m**) → millième d'unité.

Remarques :
→ La **tonne (t)** est l'unité de masse pour 1000 kg.
→ Le *kilolitre* n'existe pas...

CONVERSION DES UNITÉS DE LONGUEUR

On passe d'une unité de longueur à une autre **en multipliant ou en divisant par 10**.
Il en est de même pour les unités de masse et de capacité.

Tableau de conversions :

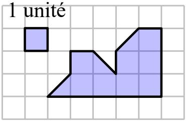
km **kg** *kL*	**hm** **hg** **hL**	**dam** **dag** **daL**	**m** **g** **L**	**dm** **dg** **dL**	**cm** **cg** **cL**	**mm** **mg** **mL**

Exemples :
439m = 4,39hm
6,28dam = 6280cm

AIRES (CARRÉ, RECTANGLE, TRIANGLE, DISQUE)

NOTION

L'aire d'une figure est la mesure de **son étendue** (ou **superficie**).

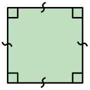


aire = 9,5 unités

AIRE DU CARRÉ

$$\boxed{A_{carré} = c \times c = c^2}$$

« *côté fois côté* » donc « *côté "au carré"* »



côté c

AIRE DU RECTANGLE

$$\boxed{A_{rect.} = L \times \ell}$$

« *longueur fois largeur* »

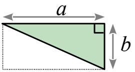
longueur L

largeur ℓ

AIRE DU TRIANGLE RECTANGLE

$$\boxed{A_{TRI.RECT.} = \frac{a \times b}{2}}$$

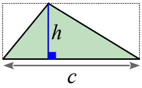
« *produit des côtés perpendiculaires divisé par 2* »



AIRE DU TRIANGLE QUELCONQUE

$$\boxed{A_{TRIANGLE} = \frac{c \times h}{2}}$$

« *côté fois hauteur associée divisé par 2* »

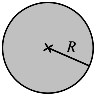


AIRE DU DISQUE

Un disque est la surface comprise à l'intérieur d'un cercle.

$$\boxed{\begin{aligned} \text{aire du disque} &= \pi \times \text{rayon} \times \text{rayon} \\ &= \pi \times R^2 \end{aligned}}$$

Avec $\boldsymbol{\pi} \approx$ **3,1416**.



MNÉMOTECHNIE :

« *Le disque est tout heureux d'une aire à* π R^2. »

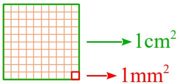
« *Que j'aime à faire connaître ce nombre utile aux sages...* »

3 , 1 4 1 5 9 2 6 5 3 5 ...

UNITÉS D'AIRE

● **Un mètre carré** (« **m²** ») est l'aire d'un carré de un mètre de côté.

● On définit de même :
→ ses multiples : dam^2, hm^2, km^2
→ ses sous-multiples : dm^2, cm^2, mm^2



● **Un are** (« **a** ») correspond à un décamètre carré : **1a = 1dam²**.
Un hectare (« **ha** ») vaut 100 ares et **un centiare** (« **ca** ») vaut 0,01 are.

CONVERSION DES UNITÉS D'AIRE

On passe d'une unité d'aire à une autre **en multipliant ou en divisant par 100**.

Tableau de conversions :

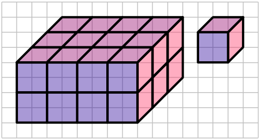
	km²		hm²		dam²		m²		dm²		cm²		mm²
			ha		a		ca						

Exemples :
328m² = 0,0328hm²
51,7dam² = 5170m²

VOLUMES (CUBE, PAVÉ DROIT)

NOTION

● **Le volume** d'un solide est la mesure de **l'espace** qu'il renferme.
On parle aussi de sa **capacité** (propriété de contenir quelque chose).



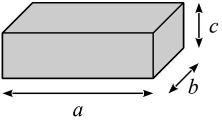
1 unité

volume = 24 unités

VOLUME DU PAVÉ DROIT

$$\boxed{V_{\text{pavé}} = a \times b \times c}$$

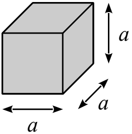
« *longueur fois profondeur fois hauteur* »



VOLUME DU CUBE

$$\boxed{V_{cube} = a \times a \times a = a^3}$$

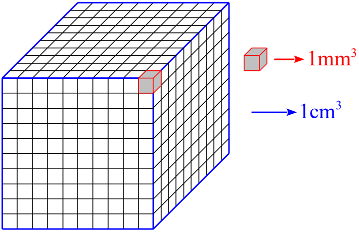
« *côté fois côté fois côté* » donc « *côté "au cube"* »



UNITÉS DE VOLUME

● **Un mètre cube** (« **m^3** ») est le volume d'un cube de un mètre de côté.

● On définit de même :
→ ses multiples : dam^3, hm^3, km^3
→ ses sous-multiples : dm^3, cm^3, mm^3



● **Un litre** (« **L** ») correspond à un décimètre cube : **$1L = 1dm^3$**.

CONVERSION DES UNITÉS DE VOLUME

On passe d'une unité de volume à une autre **en multipliant ou en divisant par 1000**.

Tableau de conversions :

km^3			hm^3			dam^3			m^3			dm^3			cm^3			mm^3
									kL	hL	daL	L	dL	cL	mL			

EXEMPLES :
$439m^3 = 0{,}439dam^3$
$62{,}8dam^3 = 62800m^3$

FAMILLES DE QUADRILATÈRES